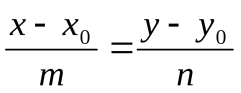
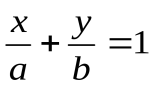
# Составление уравнений прямых и кривых второго порядка, их построение

## Теоретический материал

Уравнение первой степени относительно переменных https://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-IB99aN.pngиhttps://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-qagj0Y.png, то есть уравнение видаhttps://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-CJoUsP.pngпри условии, что коэффициентыhttps://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-Zm8cLH.pngиhttps://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-r5UUhz.pngодновременно не равны нулю, называется*общим уравнением*прямой.

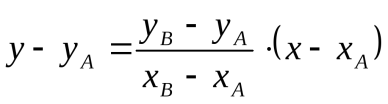
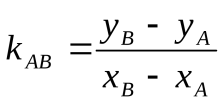
Уравнение вида https://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-wifYFw.pngназывается*векторным уравнением*прямой. Если его переписать в координатной форме, то получится уравнениеhttps://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-rYcywO.png.

*Каноническое уравнение*прямой записывается в следующем виде, гдеhttps://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-xniyGw.pngиhttps://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-igCHNo.png- координаты направляющего вектора прямой.

*Уравнение прямой в отрезках на осях*имеет вид, гдеhttps://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-zLXnQm.pngиhttps://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-euXU31.png- соответственно абсцисса и ордината точек пересечения прямой с осямиhttps://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-NMKJjH.pngиhttps://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-BeoqpB.png.

*Уравнение прямой с угловым коэффициентом*имеет видhttps://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-287W79.png, гдеhttps://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-VcsbLt.png- угловой коэффициент, равный тангенсу угла наклона прямой к осиhttps://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-fKBJt4.png, аhttps://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-huZ7K5.png- ордината точки пересечения прямой с осьюhttps://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-LT9zfW.png.

*Уравнение прямой, проходящей через данную точку https://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-GcPZxE.pngв заданном направлении*, имеет видhttps://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-dp2tEV.png, гдеhttps://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-ZQN91b.png- угловой коэффициент прямой.

*Уравнение прямой, проходящей через две данные точки https://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-9ZaVX9.pngиhttps://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-vbcgEn.png*, имеет вид. Угловой коэффициент прямой, проходящей через точкиhttps://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-rxEIvQ.pngиhttps://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-Caftuq.png, находится из соотношения.

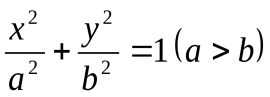
*Окружностью*называется множество точек плоскости, равноудаленных от данной точки этой плоскости, называемой центром.

Уравнение окружности с центром в начале координат и радиусом https://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-IWHTTe.pngимеет видhttps://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-rwKJLx.png.

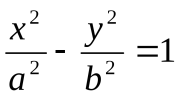
Уравнение окружности с центром в точке https://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-FrbVUl.pngи радиусомhttps://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-EcDivd.pngимеет видhttps://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-zl9MU0.png.

Уравнение окружности в общем виде записывается так: https://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-Y90JQ8.png, гдеhttps://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-HC7cxN.png,https://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-wKwuw7.png,https://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-uXb5rZ.pngиhttps://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-xVWyGt.png- постоянные коэффициенты.

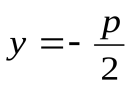
*Эллипсом*называется множество точек плоскости, сумма расстояний которых до двух данных точек, называемых фокусами, есть величина постояннаяhttps://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-2ZYYWn.png, большая расстояния между фокусамиhttps://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-05MKVM.png.

Уравнение эллипса, фокусы которого лежат на оси https://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-_LMyu4.png, имеет вид, гдеhttps://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-B2WX5k.png- длина большей полуоси;https://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-NuGH04.png- длина малой полуоси.

*Гиперболой*называется множество точек плоскости, абсолютная величина разности расстояний которых до двух данных точек, называемых фокусами, есть величина постояннаяhttps://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-sd9ZYD.png, меньшая расстояния между фокусамиhttps://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-E6yHGu.png.

Уравнение гиперболы, фокусы которого лежат на оси https://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-JPqo9U.png, имеет вид, гдеhttps://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-362RLG.png- длина действительной полуоси;https://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-Rg0L5Y.png- длина мнимой полуоси.

*Параболой*называется множество точек на плоскости, равноудаленных от данной точки, называемой фокусом, и от данной прямой, называемой директрисой.

Уравнение параболы с вершиной в начале координат, осью симметрии которой служит ось https://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-1HHiaz.pngи ветви направлены вверх, имеет видhttps://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-pHFjPl.png, гдеhttps://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-svqaDi.png(параметр параболы) – расстояние от фокуса до директрисы. Уравнение ее директрисы.

**Пример**

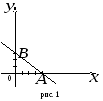
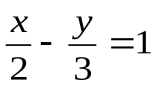
**Задание 1:**Построить прямуюhttps://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-cNDXgn.png.

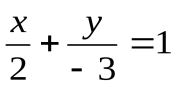
**Решение:**Найдем точки пересечения прямой с осямиhttps://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-s_KZaQ.pngиhttps://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-ZHzsBa.png.

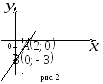
Пусть https://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-7csbfe.png.

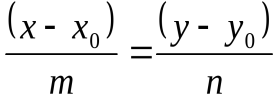
Пусть https://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-3NNCbJ.png.

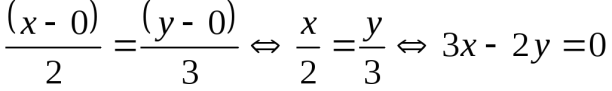
Изобразим найденные точки на координатной плоскости и соединим их, таким образом, получим прямую заданную уравнением https://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-MwL1vs.png(рис. 1).

**Задание 2:**Построить прямую.

**Решение:**Перепишем уравнение в виде:, то естьhttps://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-aZYwAd.pngиhttps://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-07yaXD.png. Таким образом, получаем точкиhttps://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-Kv9Ahj.pngиhttps://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-8qbidx.png, прямая проходящая через точкиhttps://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-kjaad4.pngиhttps://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-IOPZSw.pngявляется искомой (рис. 2).

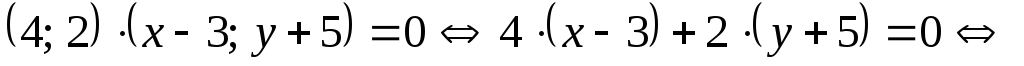
**Задание 3:**Составить уравнение прямой, проходящей через начало координат и точкуhttps://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-6oV435.png.

**Решение:**Векторhttps://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-BBxTwd.pngколлинеарен искомой прямой. Для составления уравнения прямой используем каноническое уравнение прямой:. Таким образом, подставив в данное уравнениеhttps://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-UwAj1M.png,https://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-ycOyea.png,https://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-kDZDrw.png,https://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-TmlxJq.pngполучим искомое уравнение прямой проходящей через начало координат и точкуhttps://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-UNa7QJ.png:

.

**Задание 4:**Составить уравнение прямой, проходящей через данную точкуhttps://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-_nv5fd.pngи перпендикулярной данному векторуhttps://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-tzz0xN.png.

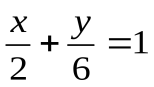
**Решение:**Пустьhttps://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-ORgppV.png- произвольная точка искомой прямой. Векторhttps://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-hwswTB.pngперпендикулярен векторуhttps://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-W_fwha.png. Так как векторы перпендикулярны, то их скалярное произведение равно нулю, то естьhttps://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-stczO0.png. Записав произведение этих векторов в координатной форме, получим:

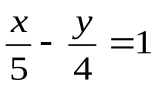
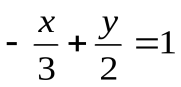
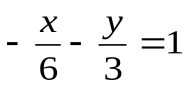
https://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-9Y_60I.png. Уравнение искомой прямой имеет вид https://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-_ow2Vz.png.

# Задания для самостоятельной работы

1. Проверить принадлежат ли точки https://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-kGFj3k.png,https://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-u0GwYT.png,https://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-dNUedi.pngиhttps://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-ikHqum.pngпрямойhttps://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-ZUMA9M.png.
2. Построить прямые:

1) https://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-FqdvtI.png; 2)https://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-L24aBF.png; 3)https://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-veZN6q.png;

4) https://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-6DEmof.png; 5)https://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-aMcygL.png; 6);

7) ; 8); 9).

1. Построить фигуру, ограниченную линиями https://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-L9L3RY.png,https://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-0uTltG.png,https://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-6VuHxx.pngиhttps://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-vhqbil.png. Вычислить площадь этой фигуры.
2. Преобразуйте уравнения следующих прямых к уравнениям в отрезках на осях:

1) https://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-KuK3nC.png; 2)https://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-l_btCk.png;

3) https://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-jf9J4C.png; 4)https://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-kIM6yN.png;

5) https://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-lyHIbd.png.

1. Составить уравнение прямой, проходящей через начало координат и точку https://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-0tuI4I.png: 1)https://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-FvOgkq.png;

2) https://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-oOXKK9.png.

1. Составить уравнение прямой, проходящей через данную точку https://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-0xvTc9.pngи перпендикулярной данному векторуhttps://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-w78ats.png:

1) https://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-81imFX.png;https://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-7FWVrp.png;

2) https://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-Syhesa.png;https://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-y22PFT.png.

1. Составить уравнение окружности, проходящей через точки:

1) https://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-r0VFqy.png,https://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-JXb3lc.png,https://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-iZLRz2.png;

2) https://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-XA2W0A.png,https://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-ZkmyED.png,https://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-L54xxN.png;

3) https://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-7_BC05.png,https://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-hub2fu.png,https://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-wCi54J.png.

1. Составьте уравнение эллипса, если две его вершины находятся в точках https://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-DYXbax.pngиhttps://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-_GFJld.png, а фокусы в точкахhttps://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-DVAW4P.pngиhttps://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-GrjI1Y.png:

1) https://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-iJSXeL.png,https://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-9B36ms.png,https://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-iFgCkC.png,https://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-gmrZbC.png;

2) https://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-5wSFGc.png,https://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-fGiKdg.png,https://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-8xMlet.png,https://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-IdDP98.png;

3) https://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-ZDaeJR.png,https://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-uf4COF.png,https://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-EcBZp9.png,https://studfile.net/html/2706/279/html_pTTQh69J_Z.CKBz/img-gcqcRO.png.